Andrássy Gyula Deutschsprachige Universität Budapest
Interdisziplinäre Doktorschule

Eszter Megyeri

Ökonomische Interpretation(en) der verallgemeinerten Lotka-Volterra-Modelle

Thesenblatt zur Dissertation

2020

Einleitung und Forschungsfragen

Nahezu alle menschlichen Aktivitäten zeigen ein Auf und Ab, ein Hin und Her – ein ständig mehr oder weniger rhythmisches Pulsieren. Das fortgesetzte zyklische Auf und Ab, also eine in gewissem Maße getaktete Abfolge des Wachsens und Schrumpfens kann ferner auch im Tierreich und auch in der Wirtschaft beobachtet werden.

Das Lotka-Volterra-Modell, das im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit steht, ist ein ursprünglich in der theoretischen Ökologie angewendeter Ansatz. Demnach verhalten sich die Variablen des Modells wie in wechselseitiger Abhängigkeit stehende Arten, wie Räuber und Beute im Tierreich: Demzufolge kann eine erste Variable (Räuber) ohne eine ausreichende Anzahl der zweiten Variablen (Beute) nicht existieren. Nimmt der Bestand der ersten Variablen zu, so sinkt die Anzahl der zweiten Variablen und verringert somit die zukünftige Zahl der ersten. Das Modell bildet permanente Schwankungen zweier Variablen im Zeitablauf mathematisch – mit Hilfe von Differenzialgleichungen – ab, die teils antagonistisch, teils komplementär sind.

Die wichtigste Grundeigenschaft des Lotka-Volterra-Modells ist die Dynamik, und dass die Wechselwirkung der Variablen mit einem System von zwei Differenzialgleichungen beschrieben wird. Das Modell hat sich in der Praxis bewährt. Es ist in der Lage, die wesentlichen Charakteristika von zahlreichen unterschiedlichen Phänomenen – mindestens qualitativ – gut beschreiben zu können. Lotka-Volterra-Modelle werden in vielen wissenschaftlichen Disziplinen, wie z.B. in der Physik (Flüssigkeitsmechanik), Chemie (Reaktionskinetik), Technik (Regelsysteme), Geographie, Demographie, darüber hinaus in der Biomedizin sowie in der Analyse epidemiologischer Prozesse und komplexer Netzwerke eingesetzt. Auch findet es im militärischen Bereich und in den Wirtschaftswissenschaften Anwendung.

Das Modell lässt sich gewinnbringend auf unterschiedliche ökonomische Fragestellungen anwenden. Die bekanntesten dieser Anwendungen des Lotka-Volterra-Modells betreffen die Konjunkturtheorie, aber es sind zum Beispiel auch Anwendungen in der ökonomischen Theorie regenerativer natürlicher Ressourcen, in der

Innovationsökonomik sowie in der Regionalökonomik zu finden. Darüber hinaus sind auch Einsatzmöglichkeiten in der Außenwirtschafts-, oder in der Verteilungstheorie vorstellbar. Des Weiteren könnten auch Modelle, die sich mit Kapitalmobilität oder der Mobilität des Faktors Arbeit beschäftigen, in Form von Räuber-Beute-Beziehungen entwickelt werden.

Mehrere Gründe dürften zum Erfolg des Modells beigetragen haben: seine Einfachheit und Eleganz sowie die Tatsache, dass es trotz Nichtlinearität relativ einfach handhabbar ist. Darüber hinaus beschreibt es regelmäßige Zyklen, verhält sich neutral stabil und lässt sich auf verschiedene Arten weiterentwickeln. Deswegen steht die genaue Einschätzung seines Potenzials, insbesondere weiterer möglicher Anwendungsfelder in der Ökonomie im Zentrum der Dissertation.

Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist die differenzierte Darstellung der Einsatzfähigkeit des Lotka-Volterra-Ansatzes in der Ökonomie. Ausgehend vom Lotka-Volterra-Modell wird anhand von Analogien gezeigt, wie ein aus einer anderen Wissenschaft übernommener Ansatz in der Ökonomie eingesetzt wird, welche Erkenntnisse dabei über das dynamische Verhalten sowie über die Existenz und Stabilität des dynamischen Gleichgewichts einzelner Systeme gewonnen werden können. In einem weiteren Schritt lassen sich dann die Auswirkungen aufzeigen, die auftreten, wenn das Grundmodell modifiziert, bzw. erweitert wird.

Analogien aus der Biologie wirkten auf viele Ökonomen inspirierend. Marshall z. B. definierte die Wissenschaft der Biologie als das eigentliche Mekka der Ökonomen[1], und nach anderer wissenschaftlicher Auffassung ist die Gesellschaftswissenschaft im Grunde genommen ein Teilgebiet der Biologie[2]. In diesem Zusammenhang ist sowohl die Entstehung des Ausgangsmodells aus der theoretischen Ökologie als auch der dogmenhistorische Hintergrund der ersten ökonomischen Anwendungen hochinteressant.

[1] „The Mecca of the economist lies in economic biology rather than in economic dynamics." vgl. Marshall, Alfred (2013): Principles of economics (Palgrave classics in economics). 8. Aufl., Basingstoke, Palgrave Macmillan, S. xxv.

[2] „ … social science is ultimately a subfield of biology." vgl. Epstein, Joshua M. (1997): Nonlinear dynamics, mathematical biology, and social science (Santa Fe Institute studies in the sciences of complexity, 4). Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, S. 17.

Dementsprechend stehen zwei Linien der Untersuchung im Zentrum der vorliegenden Arbeit. Zum einen soll die Übertragung des Lotka-Volterra-Modells auf die Ökonomie nachgezeichnet und deren weiteren Anwendungsmöglichkeiten abgeklärt werden. Dies soll anhand folgender konkreter Forschungsfragen erfolgen:

1. Was ist die Theoriegeschichte der Lotka-Volterra-(Palomba)-(Goodwin)-(Samuelson)-Modellfamilie?
2. Welche sind die möglichen Verallgemeinerungen des Modells, bei denen die Eigenschaften des Modells noch erhalten bleiben? Wie könnten / sollten diese Verallgemeinerungen inhaltlich interpretiert werden?

Theoretischer Rahmen

Dynamik - Entstehung und Bedeutung der dynamischen Betrachtungsweise in der Ökonomik

Lange Zeit konzentrierte die moderne Ökonomie (hierunter soll die sich um 1870 herausgebildete Volkswirtschaftslehre verstanden werden) ihre Aufmerksamkeit ausschließlich auf die Gleichgewichtsanalyse. Die Untersuchungen und die ersten formalisierten Modelle waren *statisch*, im Mittelpunkt der Modelle stand, die Existenz des Gleichgewichtes zu beweisen.

In den statischen Modellen wurden die betrachteten Ereignisse in der Regel als Einzelerscheinungen beschrieben. Solche Fragen wie z. B. wie das Gleichgewicht zustande kommt, oder wann und entlang welchen Pfades aus einem Ungleichgewichtszustand das Gleichgewicht entsteht, wurden im Wesentlichen vernachlässigt.

Bei *quasi-dynamischer* (oder komparativ-statischer) Untersuchung wird der analysierte Prozess zu verschiedenen Zeitpunkten statisch betrachtet und dann werden diese Ergebnisse miteinander verglichen. Die Änderungsrate des Prozesses zwischen den einzelnen Zeitpunkten wird als konstant angesehen, die Zeit als exogener Parameter einbezogen. Der Vergleich erfolgt hauptsächlich verbal, bzw. anhand von Darstellungen durch statistische Tabellen oder Daten. Erst in den 60er, 70er Jahren wird mit der

modellartigen, formalisierten Analyse unter Verwendung des totalen Differenzials begonnen.

Einer der großen Beiträge der ökonomischen Analyse im 20. Jahrhundert ist die Berücksichtigung der *Zeit,* genauer formuliert: des zeitlichen Ablaufs der Wirtschaftsprozesse. Mit der immer häufigeren Berücksichtigung der Zeit in den Modellen wurde auch das Begriffspaar *Statik* und *Dynamik* klar voneinander getrennt.

Bei der Entstehung und Entwicklung der dynamischen Analyse spielte auch die *Empirie* eine wichtige Rolle, nämlich als man begann, bewusst mit Zeitreihen zu arbeiten. Dabei wurden die ökonomischen Größen im Zeitablauf zuerst mit Diagrammen, danach auch mit Formeln (z. B. Inflation, Zinssätze, Produktionsergebnisse, usw.) beschrieben. Diese Methode war zumindest in der Anfangsphase eher von deskriptiver Natur, nach einem Ursache-Wirkungs-Zusammenhang im Hintergrund wurde noch nicht gesucht.

Die eigentliche *Dynamik* beginnt jedenfalls dann, wenn es ermöglicht wird, die Veränderung oder Entwicklung eines Phänomens in der Zeit möglichst mit einem theoretischen Modell zu erklären.

Dementsprechend ist die Bedeutung der dynamischen Theorie in erster Linie darin zu sehen, dass die dynamische Analyse ermöglicht, Prozesse im Zeitablauf zu erklären, vor allem, wie ein Zustand eines ökonomischen Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt aus einem zeitlich vorhergehenden Zustand folgt. Damit ist es mit der dynamischen Modellierung auch möglich, exogen hervorgerufene, oder aber auch endogene Schwankungen eines ökonomischen Systems zu behandeln.

Aus dem bisher Gesagten folgt, dass die Dynamik erfasst werden kann, wenn die zeitliche Entwicklung eines Phänomens abstrakt beschrieben werden kann. Dazu ist neues methodisches Werkzeug nötig, das die Wertveränderung von Variablen sowie deren Wechselwirkung auch als Funktion der Zeit ausdrückt.

Die ersten Modelle, mit denen versucht wurde, dynamische Wirtschaftsprozesse mittels einfacher formaler Zusammenhänge zu beschreiben sowie die qualitativen

Eigenschaften und das Verhalten des Systems zu analysieren, entstanden in den frühen dreißiger Jahren des 20. Jahrhunderts vor allem auf dem Gebiet der Konjunkturtheorie.

Bei den ersten Modellversuchen, Konjunkturschwankungen formal zu beschreiben, benutzte man – sicherlich der Einfachheit halber – *lineare* Gleichungen, somit können die darauf aufbauenden Modelle beschrieben werden. Bald zeigte sich aber, dass diese Modelle nur nichtzyklisches Verhalten reproduzieren konnten und daher nicht geeignet waren, die in der Realwirtschaft beobachteten Schwankungen darzustellen. (Ein Beispiel dafür ist das Wachstumsmodell von Harrod, vgl. Kapitel 1.)

Im Gegensatz zu den linearen Gleichungen können lineare Differenzen- und Differenzialgleichungen erster und zweiter Ordnung jedoch Zyklen erzeugen, und die anfänglichen Anstrengungen wurden demnach in diese Richtung gelenkt. Beispiele hierfür sind das Modell von Frisch (1933) bzw. das Modell von Samuelson (1939).

Wenn das Modell von Harrod mit dem von Samuelson formal verglichen wird (vgl. Kapitel 1), ist es ersichtlich, dass Verzögerungen zur Modellierung von Schwankungen nötig sind.

Es wurde bald erkannt, dass komplexere Modelle, die zu linearen Differenzengleichungen höherer Ordnung führen, keine grundsätzlich verschiedenen Zeitpfade darstellen und auch keine qualitativ neuen Informationen implizieren. Der lineare Ansatz war also zum Teil unbefriedigend, weil er keine befriedigende ökonomische Erklärung von Konjunkturzyklen lieferte, sondern sie auf externe, zufällige Ereignisse zurückführte. Zur Modellierung anhaltender Schwingungen waren andere Konzepte nötig.

In der Folge gab es eine Reihe von frühen Versuchen, den dynamischen Charakter der ökonomischen Theorien mit *nichtlinearen* Modellen, genauer formuliert, durch Systeme von Differenzen- und Differenzialgleichungen zu erfassen. Das von Káldor im Jahre 1940 vorgestellte Modell ist als das erste nichtlineare Konjunkturmodell bekannt, die Modelle von Hicks (1950) und Goodwin (1951) gehören auch zu den frühesten nichtlinearen Modellen.

Alle drei Modelle bestehen im Wesentlichen aus Differenzen- oder Differenzialgleichungen erster Ordnung. In diesen Modellen werden die Zyklen durch Interaktionen von verschiedenen Variablen generiert, die mittels mehrerer Gleichungen beschrieben werden. Dies führt letztendlich zu endogenen Schwankungen.

In den nichtlinearen Modellen ist dementsprechend die Erzeugung von Schwingungen ohne andauernde exogene Schocks endogen möglich, das Auftreten von anhaltenden Konjunkturzyklen kann ausschließlich mit der mathematischen Struktur der Modelle erklärt werden.

Nichtlineare Modelle können verschiedene Typen von endogenen Fluktuationen erzeugen, unter anderem auch stabile Grenzzyklen, periodische Oszillationen und bei chaotischem Verhalten zufällige (irreguläre) Schwankungen. Darüber hinaus kann das gleiche nichtlineare Modell bei einer kleinen Änderung eines exogenen Parameters plötzlich qualitativ unterschiedliches Verhalten (Bifurkation) zeigen.

Heutzutage sind zahlreiche nichtlineare Modelle bekannt, die mithilfe einer breiten Palette an Methoden und Werkzeugen analysiert werden (Modelle unter Verwendung des Poincaré-Bendixson-Theorems, Modelle unter Verwendung der Bifurkationstheorien, Räuber-Beute-Modelle, neuere Ansätze wie z. B. Chaostheorie, Katastrophentheorie). In dieser Arbeit werden Modelle vom Räuber-Beute-Typ untersucht.

Das Lotka-Volterra-Modell als mathematisches Modell

Das Lotka-Volterra-Modell der theoretischen Biologie, das auch als Räuber-Beute-Modell bekannt ist, beschreibt die Räuber-Beute-Wechselwirkung zweier Populationen mit einem System von zwei nicht-linearen Differenzialgleichungen erster Ordnung.

$$\frac{dx}{dt} = x(a - by) \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = -y(d - cx) \tag{2}$$

$$(a,b,c,d > 0)$$

mit *x(t)* und *y(t)* als differenzierbare Funktionen der Zeit; sie stellen die Anzahl der Beute- bzw. Raubtiere dar. Im Modell wird also angenommen, dass die Beutetiere in Abwesenheit der Räuber exponentiell mit dem konstanten Faktor *a* wachsen, die Anzahl der Räuber in Abwesenheit der Beute aber exponentiell mit der Wachstumsrate $-d$ abnimmt. Die Interaktion zwischen Räuber und Beute wird durch zwei Terme erfasst, die proportional zum Produkt *(xy)* sind. Diese gegenseitige Beeinflussung vermindert die Anzahl der Beutetiere, vermehrt aber die der Räuber; die entsprechenden Koeffizienten sind *b* und *c*.

Das System (1)-(2) hat für $\dot{x} = \dot{y} = 0$ die *Gleichgewichtslagen* (Stationäre Punkte), wobei es einen (nicht-trivialen) Gleichgewichtspunkt mit positiven Werten für beide Variable ($x^* = \frac{d}{c}$ und $y^* = \frac{a^*}{b}$) gibt, der die zeitliche Konstanz der Individuen der Populationen bedeutet. Die Gleichgewichtslösung ist neutral stabil. Wenn sich das Räuber-Beute-System nicht im Gleichgewichtspunkt befindet, konvergiert es sich nicht gegen diesen Punkt.

Es lässt sich zeigen (vgl. Kapitel 2), dass die Lösungskurven geschlossene Kurven um den stationären Punkt (x^*, y^*) sind. Jede Lösungskurve (bis auf die Koordinatenachsen und das nicht triviale Gleichgewicht) ist ein Zyklus. Die Anfangswerte von *x* und *y* bestimmen, welcher Zyklus aus einem Kontinuum von geschlossenen Phasenbahnen das dynamische Verhalten des Räuber-Beute-Systems beschreibt.

Es lässt sich also zeigen, dass Lösungen des Systems existieren, die für feste Anfangswerte eindeutig und periodisch sind. Die Lösungskurven sind geschlossen (sie unterscheiden sich nur in ihrer Entfernung vom Mittelpunkt der stationären Lösung des Systems). Eine analytische Lösung ist jedoch nicht möglich, man kann sie nur mit Näherungsverfahren gewinnen.

Lotka-Volterra-Modelle in der Volkswirtschaftslehre

Die vielleicht wichtigsten Lotka-Volterra-Modelle in der Volkswirtschaftslehre (die im Folgenden als Grundlage für weitere Untersuchungen und für theoretische Erweiterungen dienen) sind das Goodwin-Modell, der Aufsatz von Samuelson und das Realkapital-Humankapital-Modell von Dietmar Meyer.

Das Konjunkturmodell eines „Wachstumszyklus“ (A Growth Cycle) vom amerikanischen Ökonomen *Goodwin* (1967) ist ein einfaches dynamisches Modell, in dem er eine Analogie zwischen der Entwicklung der Räuber-Beute-Populationen und der funktionalen Einkommensverteilung in einer Zwei-Klassen-Marktwirtschaft zog. Goodwin stellte die Rivalität zwischen Arbeits- und Kapitaleignern in den Mittelpunkt seines Modells und zeigte, wie aus der Wechselwirkung zweier endogener Variablen des Systems (Beschäftigungsgrad und Lohnquote) anhaltendes zyklisches Wachstum entsteht.

Samuelson publizierte seinen Aufsatz mit dem Titel „A Universal Cycle” ebenfalls 1967. Samuelson geht ebenfalls von den Lotka-Volterra-Gleichungen aus und weist ebenfalls auf deren Bedeutung für die Theorie des zyklischen Wachstums hin, behandelt jedoch inhaltlich andere Fragen als Goodwin.

Im ersten Teil seiner Studie behandelt Samuelson das Lotka-Volterra-Grundmodell. Dann erweitert er das ursprüngliche Modell zuerst durch die sinkenden Skalenerträge. Diese sinkenden Skalenerträge verändern zwar die zyklische Entwicklung der Variablen nicht, führen aber zu gedämpften Schwingungen. Schließlich werden die sinkenden und in der Nähe des Gleichgewichts zunehmenden Skalenerträge kombiniert. Dies führt dazu, dass sich das System einem Grenzzyklus nähert.

Das Realkapital-Humankapital-Modells vom Lotka-Volterra-Typ wurde von *Dietmar Meyer* (2002) entwickelt, die zwei endogenen Variablen des Modells sind das Real- und das Humankapital.

Im Hintergrund dieses Modells ist in gewisser Weise auch die Konkurrenz, wie das Lotka-Volterra Grundmodell auch den Wettbewerb zwischen den verschiedenen Arten modelliert. Im Endeffekt verschwindet das Humankapital, wenn kein Anwendungsgebiet da ist. Dazu wird das Realkapital benötigt, das Voraussetzungen für die Schaffung des Humankapitals sichert. Im Realkapital-Humankapital-Modell sind, wie im Goodwin-Modell, die kurzfristigen Interessen gegenseitig, die langfristigen komplementär.

Ergebnisse

Geschichtlicher Hintergrund der Lotka-Volterra-Modelle

Zur Beantwortung der ersten Forschungsfrage werden der geschichtliche Hintergrund und die Entstehung des Lotka-Volterra-Modells, des Goodwin-Modells und von Samuelsons Aufsatz im vierten Kapitel dargestellt. Das Modell von Palomba, das nach unserem heutigen Wissen als die erste ökonomische Anwendung bekannt ist, wird auch hier mit dogmenhistorischen Hintergrund vorgestellt.

Der Artikel von Goodwin und der von Samuelson aus dem Jahre 1967 waren für lange Zeit als erste Anwendungen des Lotka-Volterra-Modells auf ökonomische Fragen bekannt. Aus dieser Sicht ist *Palombas Artikel* (1939) hochinteressant, der bereits etwa 10 Jahre nach dem Erscheinen der ursprünglichen, das Zusammenleben von verschiedenen Populationen beschreibenden, Lotka-Volterra-Modelle eine wirtschaftstheoretische Interpretation gab.

Im Hinblick auf den dogmenhistorischen Hintergrund der vorgestellten Modelle ist *Samuelsons Brief* an die Autorin (vgl. Anhang 1) hervorzuheben, der wichtige – nach Kenntnis der Autorin sonst nicht zu findende – Informationen über die Entstehung des Artikels von Samuelson enthält.

Literaturübersicht – Klassifizierung und Darstellung der weniger berühmten Lotka-Volterra-Modelle der Wirtschaftswissenschaften

In der Literaturübersicht wird ein Überblick über weitere ökonomische Anwendungsgebiete und konkrete Anwendungen des Lotka-Volterra-Modells gegeben, wobei die folgenden Modelle detailliert vorgestellt und analysiert werden:

- das Konjunkturmodell von Gerold *Blümle* (Konjunkturtheorie),
- die Modelle von Angelo *Fusari* (Innovationstheorie),
- das Modell von *Brander und Taylor* (Ressourcenökonomik),
- das Modell von Dimitrios *Dendrinos* (regionale und städtische Dynamik),
- das Modell von Isao *Orishimo* (regionale und städtische Dynamik) und
- das Modell von Roberto *Camagni* (regionale und städtische Dynamik).

Theoretische Modellerweiterungen und Simulationen

Im Kapitel der theoretischen Modellerweiterungen werden *die eigenen Modellerweiterungen* (räumliche Erweiterung und die Einführung des staatlichen Sektors) und darüber hinaus die Berücksichtigung der zeitlichen Verzögerung beschrieben und erläutert, wobei die Frage gestellt wird, ob regelmäßige Zyklen in den erweiterten Modellen erhalten bleiben.

Räumliche Erweiterung

Zunächst werden die dynamischen Eigenschaften eines Systems bestehend aus *zwei identischen, durch die Migration gekoppelten Regionen* untersucht, in dem die Dynamik innerhalb jeder der beiden Region durch ein Lotka-Volterra-Modell beschrieben wird. Der Stabilitätsuntersuchung nach scheint das System (neutral) stabil, aber nicht asymptotisch stabil zu sein.

Um einen genaueren Einblick in die Dynamik des vierdimensionalen Lotka-Volterra-Systems zu erhalten, wurde das Gleichungssystem mit dem Differenzialgleichungstool Maple numerisch gelöst (simuliert) und graphisch dargestellt. Das Ergebnis zeigt eine scheinbare Konvergenz der Zeitpfade der Beutepopulationen sowie der Zeitpfade der

Räuberpopulationen in den zwei Regionen. Migrationsraten haben einen Einfluss auf die Geschwindigkeit der Konvergenz.

Diese räumliche Erweiterung des Lotka-Volterra-Modells wird dann auf das Goodwin-Modell angewendet und aufgrund der identischen formalen Struktur interpretiert.

Einführung des staatlichen Sektors

Hier wird die Rolle des Staates im Humankapital-Realkapital Modell untersucht, wobei das im Kapitel 3.3 vorgestellte Grundmodell *um den staatlichen Sektor* (zuerst mit ausgeglichenem, dann mit unausgeglichenem Staatshaushalt) *erweitert* wird und Stabilitätseigenschaften analysiert werden.

Im Falle des ausgeglichenen Staatshaushalts kann gezeigt werden, dass, wenn die Relation $\xi > s\left(1-\frac{1}{z}\right)$ erfüllt ist[3], die Gleichgewichtslösung neutral stabil ist, und dies – der ursprünglichen Lotka-Volterra-Modell entsprechend –, regelmäßige Zyklen impliziert.

Allein die Tatsache aber, dass der Staatshaushalt eventuell unausgeglichen sein kann, zerstört den Rahmen des Lotka-Volterra-Modells.

Berücksichtigung der zeitlichen Verzögerung

Im klassischen zweidimensionalen Lotka-Volterra-Modell wird auch berücksichtigt, dass die gegenwärtige Wachstumsrate des Räubers von der Größe der Beutepopulation in der Vergangenheit abhängt.

Aufgrund der Stabilitätsuntersuchung sowie der Simulation und Visualisierung mit Maple ist es ersichtlich, dass der Effekt der Zeitverzögerung auf das positive Gleichgewicht des Lotka-Volterra-Modells – zumindest lokal – destabilisierend ist, wobei die konservativen Lotka-Volterra Schwingungen verschwinden. Je größer die mittlere Zeitverzögerung ist, umso mehr wird das System destabilisiert.

[3] wobei ξ den Investitionsausgabenanteil der Regierung, s die private Sparquote und z den Steuersatz bezeichnet.

Eine Verzögerung kann auch ins Goodwin-Modell eingeführt werden, insbesondere in seinen Lohnbildungsmechanismus, die auch hier destabilisierend wirkt. Die gleichzeitige Betrachtung der zeitlichen Verzögerung und einer anderen möglichen relevanten Modellannahme (wie z. B. das logistische Wachstum der Beute im Modell von Bródy und Farkas) kann aber im Rahmen des klassischen Wachstumszyklus von Goodwin zum Auftreten von anhaltenden periodischen Schwankungen (Grenzzyklen) führen.

Empirisches Assessment

Es wurde eine qualitative Auswertung des dynamischen Zusammenhangs des Goodwin-Modells aufgrund der zeitlichen Entwicklung der Lohnquote und der Beschäftigungsquote von einigen OECD-Ländern im Zeitraum zwischen 1990-2007 durchgeführt, um zu untersuchen, ob und inwieweit Zyklen vom Goodwin-Typ existieren.

Die Zeitpfade zeigen für einige Länder (Deutschland, Großbritannien, Tschechien, Ungarn) eine zyklische Entwicklung, die stark an die von Goodwin dargestellten Graphiken erinnern. Es lässt sich auch eine phasenverschobene zyklische Veränderung der Beschäftigungsquote und der Lohnquote beobachten.

Die Graphen der Zeitpfade der Beschäftigungs- und Lohnquote jeweils von den drei entwickelten Volkswirtschaften (Deutschland, Niederlande und Vereinigtes Königreich) zeigen darüber hinaus, dass die Entwicklung dieser Variablen fast parallel und in gleichen Phasen erfolgt.

Auch die in der multiregionalen Erweiterung des Goodwin-Models (Kapitel 6.1.2) beschriebene Tendenz, dass nämlich die Unterschiede in der Lohnquote und Beschäftigungsquote zwischen den Regionen langsam verschwinden werden, scheint durch die Zeitpfade der Beschäftigungsquote und der Lohnquote des empirischen Assessments im Falle von Österreich und Ungarn illustriert zu werden.

Zusammenhang mit der evolutorischen Spieltheorie

An den Problemkomplex der Lotka-Volterra-Modelle kann eine andere Herangehensweise, die der Spieltheorie verfolgt werden, die das individuelle Verhalten der Wirtschaftsakteure explizit berücksichtigt.

Hofbauer (1981) zeigte, dass zwischen den linearen Replikatorengleichungen der evolutorischen Spieltheorie und den Lotka-Volterra-Gleichungen eine gewisse Äquivalenz besteht. Aufgrund dieses Theorems werden die traditionellen (zweidimensionalen) Lotka-Volterra-Gleichungen in (dreidimensionale) Replikatoren-gleichungen überführt (vgl. Kapitel 8). Es kann gezeigt werden, dass weder die Gleichgewichtsstrategiekombination, noch die Gleichgewichtslösung der Replikatorengleichung stabil sind, erstere im Sinne der evolutorischen Stabilität, letztere im Sinne der asymptotischen Stabilität.

Diese Herangehensweise und die erhaltenen Ergebnisse werden auf das Realkapital-Humankapital-Modell angewendet, das ursprüngliche Modell wird als evolutorisches Spiel neu formuliert. Die ökonomisch interessante Gleichgewichtsstrategiekombination ist nicht evolutorisch stabil, so gibt es mindestens eine Strategie, deren Anteil innerhalb der Bevölkerung auf Kosten der anderen sich ändern / wachsen kann. Die auf der Makroebene beobachtbaren zyklischen Veränderungen des Human- und Realkapitals geschehen auf der Mikroebene aufgrund der Tatsache, dass wegen des individuellen Verhaltens einzelner Wirtschaftsakteure eine solche Strategiekombination entstand, die zu dieser Dynamik führte.

Zusammenfassend muss hier erwähnt werden, dass für die untersuchten Fragen zwei verschiedene Herangehensweisen bestehen, wobei die eine in Aggregaten, die andere durch das System der individuellen Beziehungen analysiert. Dadurch gibt es ein vielversprechendes Werkzeug, das den Mikro- und Makroansatz kombiniert.

Fazit und Ausblick

Diese Arbeit ist vielleicht keine übliche Dissertation unter dem Aspekt, dass man gewöhnlich ein Thema, eine Fragestellung wählt und dieses dann aus verschiedenen Blickwinkeln ausleuchtet, wobei auch die anzuwendende Methodik bestimmt werden muss. Hier ist eher das Gegenteil der Fall: Es gibt eine Methode, deren Philosophie beeindruckt und deren Anwendungen aus unterschiedlichen Perspektiven analysiert werden.

In diesem Zusammenhang wurde die Vermutung bestätigt, dass dieser Ansatz, diese Herangehensweise des Lotka-Volterra-Modells auf sehr vielen Gebieten Anwendung finden kann, und auch gefunden hat, manchmal auf eine mit dem ursprünglichen Modell fast identische Art und Weise, aber – über die mechanischen Anwendungen hinaus – auch mehrere Verallgemeinerungen sind weitere Überlegungen wert.

Derartige Verallgemeinerungen ruinieren meist die Schönheit und die Eleganz des ursprünglichen Modells, nämlich die Kernaussage, dass es anhaltende regelmäßige Zyklen gibt.

Wie bereits erwähnt, konnten mehrere Anwendungen des Modells gefunden werden, wobei es sich manchmal nur mechanische Anwendungen handelt, manchmal jedoch – erstaunlicherweise – beziehen sich diese Anwendungen auf ganz spezifische Bereiche oder Fragestellungen und warten so mit Überraschungen auf.

An dieser Stelle soll noch auf zwei recht interessante Erscheinungen (Phänomene) hingewiesen werden. Die eine ist das Problem der Grenzzyklen.

Für die Naturwissenschaften sind die regelmäßigen, also konstante Zykluslänge und konstante Amplitude aufweisenden Zyklen im Wesentlichen uninteressant, weil die Natur im Allgemeinen die schöne Eigenschaft hat, dass sie zumeist entweder stabil ist, oder aber extreme Instabilität (Explosion, Fusion) aufweist. Die neutrale Stabilität (des Lotka-Volterra-Modells) kann eigentlich kaum beobachtet werden. Das Interesse der Naturwissenschaftler konzentriert sich jedoch logischerweise in erster Linie auf die

Stabilität der Prozesse. Bei stabilen Systemen werden in naturwissenschaftlichen Modellen abstrakte Zyklen untersucht, die Attraktoren beobachtbarer Fluktuationen sind (Grenzzyklen). Hisch / Smale zeigt, dass die geschlossenen Lösungskurven des klassischen Lotka-Volterra-Models keine Grenzzyklen sind, nicht einmal in einer speziellen Interpretation. Es kann aber nicht ausgeschlossen werden, dass die Zyklen des klassischen Lotka-Volterra-Models Grenzzyklen von in der Realität beobachtbaren Zyklen sein können. (Dies ist nur unter sehr speziellen Umständen eventuell vorstellbar; siehe das im Kapitel 3 vorgestellte dritte Model von Samuelson im Aufsatz „A Universal Cycle“.)

Das andere interessante Ergebnis ist, dass der Zusammenhang dieses Modells mit den evolutionären Spielen aufgrund des Beitrages von Hofbauer/Siegmund (vgl. Kapitel 8) aufgezeigt werden konnte, was wiederum eine völlig neue Perspektive in die Analyse bringt. Die Analyse auf der Populationsebene geht dadurch nämlich in die Interaktion der Individuen, also in eine Analyse auf der Ebene der Individuen über. Dadurch sind die Mikro- und Makroebene eng miteinander verbunden, und dies kann als Ausgangspunkt zur Verknüpfung der bisher separat behandelten Mikro- und Makroanalysen dienen, was nicht nur in den Wirtschaftswissenschaften, sondern ganz allgemein in den Sozialwissenschaften wünschenswert wäre.

Wichtigste Literaturquellen

Blümle, Gerold (1989): Wachstum und Konjunktur bei Differenzgewinnen – Ein Schumpeter-Modell der wirtschaftlichen Entwicklung, in: Ramser, Hans J./Riese, Hajo (Hrsg.): Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung. Berlin, Springer, S. 13-37.

Brander, James A./Taylor, M. Scott (1998): The simple economics of Easter Island: A Ricardo-Malthus model of renewable resource use, in: The American Economic Review, Jg. 88, Nr. 1, S. 119-138.

Bródy, András/Farkas, Miklós (1987): Forms of economic motion, in: Acta Oeconomica, Jg. 38, Nr. 3, S. 361-370.

Camagni, Roberto (1992): Economia urbana. Principi e modelli teorici. Roma, Nuova Italia Scientifica.

Dendrinos, Dimitrios S. (1980): A basic model of urban dynamics expressed as a set of Volterra-Lotka equations, in: Dendrinos, Dimitrios S.: Catastrophe Theory in Urban and Transport Analysis. Report No. DOT/RSPA/DPB-25/80/20. Washington, US Department of Transportation, S. 79-103.

Fusari, Angelo (2013): Radical Uncertainty, Dynamic Competition and a Model of the Business Cycle: The Implications of a Measure and an Explanation of What Is Supposed Non-Measurable and Non-Explainable, in: International Journal of Business and Management, Jg. 8, Nr. 12, S. 8-28.

Goodwin, Richard M. (1967): A Growth Cycle, in: Feinstein, Charles H. (Hrsg.): Socialism, Capitalism and Economic Growth: Essays presented to M. Dobb. Cambridge, Cambridge University Press, S. 54-58.

Goodwin, Richard M. (1972): A Growth Cycle (Revidierte und erw. Version), in: Hunt, Emery K./Schwartz, Jesse G. (Hrsg.): A Critique of Economic Theory. Harmondsworth, Penguin, S. 442-449.

Hirsch, Morris W./Smale, Stephen/Devaney, Robert L. (2013): Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos. 3. Aufl., Amsterdam, Elsevier Acad. Press.

Hofbauer, Josef/Sigmund, Karl (1998): Evolutionary Games and Population Dynamics. Cambridge, Cambridge University Press.

Lotka, Alfred J. (1925): Elements of Physical Biology. Baltimore, Williams & Wilkins.

Meyer, Dietmar (2001): Technology Induced Cycles in Centrally Directed Economies with Stable Price Level, in: Társadalom és gazdaság Közép- és Kelet-Európában / Society and Economy in Central and Eastern Europe, Jg. 23, Nr. 1/2, S. 89-102.

Orishimo, Isao (1987): An approach to urban dynamics, in: Geographical Analysis, Jg. 19, Nr. 3, S. 200-210.

Palomba, Giuseppe (1939): Introduzione allo studio della Dinamica Economica. Napoli, Casa Editrice Dr. Eugenio Jovene.

Samuelson, Paul A. (1967): A Universal Cycle?, in: Henn, Rudolf (Hrsg.): Methods of Operations Research, Bd. III, S. 307-320.

Volterra, Vito (1927b): Variations and fluctuations in the numbers of coexisting animal species, in: Scudo, Francesco M./Ziegler, James R. (Hrsg.) (1978): The Golden Age of Theoretical Ecology (Lecture Notes in Biomathematics, Bd. 22). Berlin u.a., Springer, S. 65-236.

Wenzel, Heinz-Dieter (2001): Growth Equilibria with Public Debt, in: Society and Economy in Central and Eastern Europe, Jg. 23, Nr. /1-2, S. 70-88.